L'énoncé de cette épreuve comporte 9 pages.

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

L'épreuve se compose de deux problèmes indépendants.

Problème I - Optique

Ce problème se compose de deux parties largement indépendantes.

1ère partie
Lunette astronomique

1.1. Questions de cours

1.1.1. Expliquer ce qu'est l'approximation de l'optique géométrique.

1.1.2. Qu'appelle-t-on système optique centré ?

1.1.3. Rappeler brièvement les conditions de l'approximation de Gauss.
Quelles sont les propriétés d'un système optique centré utilisé dans ces conditions ?

Dans la suite du problème, les systèmes optiques étudiés seront considérés centrés et utilisés dans les conditions de Gauss.

1.2. Lunette astronomique

Une lunette astronomique (figure 1) est un système centré qui se compose :

- d'un objectif (L_1) ; c'est une lentille mince convergente achromatique de diamètre d = 12 cm, de distance focale $f'_1 = 1{,}20$ m, de foyer image F'_1 et de centre optique O_1.
- d'un oculaire (L_2) ; c'est une lentille mince convergente achromatique de distance focale $f'_2 = 3$ cm, de foyer objet F_2 et de centre optique O_2.

On rappelle qu'un œil normal voit un objet sans accommoder quand celui-ci est placé à l'infini.

On observe une étoile ponctuelle B à l'aide de la lunette ci-dessus qu'on suppose afocale. L'étoile est vue dans la direction faisant l'angle α petit avec l'axe z (On prendra un angle α non orienté ; figure 1). On note B' l'image de l'étoile à travers la lunette.

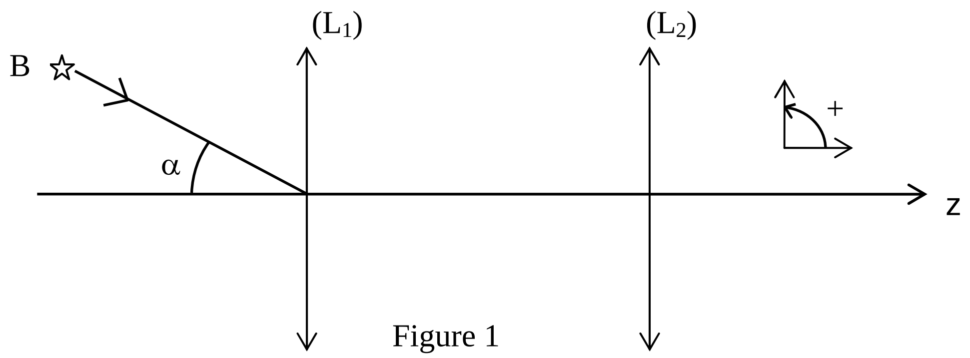

Figure 1

1.2.1. Qu'appelle-t-on lunette afocale ? Que vaut alors la distance e = O_1O_2 entre les deux lentilles de la lunette afocale ? Justifier les mots objectif et oculaire. Quel est l'intérêt d'une lunette afocale ?

1.2.2. Reproduire le schéma de la figure 1 et faire apparaître les centres optiques O_1 et O_2, les foyers F'_1 et F_2.

1.2.3. Représenter sur le schéma de la question **1.2.2**, le trajet des rayons émergents associés au rayon incident qui fait l'angle α avec l'axe optique. On notera B_1 le point d'intersection du rayon émergent de (L_1) avec le plan focal image de (L_1) et α' l'angle que fait le rayon émergent de (L_2) avec l'axe optique (α' est compté à partir de l'axe z). Quelle est la position de l'image B' de l'étoile à travers la lunette ?

1.2.4. On caractérise la lunette par son grossissement angulaire $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$.

Déterminer G en fonction de f'_1 et f'_2. Application numérique : calculer *G*.

1.2.5. On définit le cercle oculaire par l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire.

1.2.5.1. Déterminer la position du centre O'_1 du cercle oculaire.
Application numérique : calculer $\overline{O_2O'_1}$.

1.2.5.2. Déterminer le diamètre d_0 du cercle oculaire.
Application numérique : calculer d_0. Commenter

1.2.5.3. Conclure sur l'intérêt du cercle oculaire.

1.2.6. On observe maintenant une étoile double à l'aide de la lunette précédente. Cette étoile est constituée de deux composantes ponctuelles A et B. Ces deux composantes sont séparées d'un angle α petit : A se trouve sur l'axe optique et B est au-dessus de l'axe optique (figure 2).

Pour photographier l'étoile, on ajoute une lentille annexe (L_3) de distance focale f'_3 = 50 cm, de foyer image F'_3 et de centre O_3. La lunette est toujours afocale.

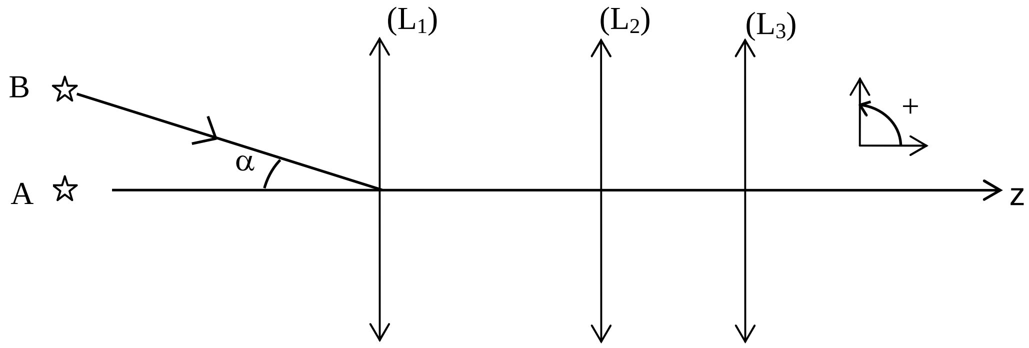

Figure 2

1.2.6.1. Où faut-il placer la pellicule ?

1.2.6.2. Construire soigneusement la position des images respectives A' et B' des deux composantes données par le système {lunette + lentille (L_3)}.

1.2.6.3. Déterminer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image A'B'.

1.2.6.4. Application numérique : on donne α = 2 secondes d'arc. Calculer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image.

1.2.6.5. On place dans le plan où se forment les deux images A' et B' une caméra numérique CCD composée d'une matrice rectangulaire de détecteurs élémentaires, appelés pixels, de forme carrée, de côté h = 9 µm. Chacun de ces pixels mesure l'intensité lumineuse qu'il reçoit et transmet l'information correspondante séparément. La surface active de la caméra est perpendiculaire à l'axe optique.

Quelle est la plus petite valeur α_{min} de l'angle α séparant les deux étoiles A et B que l'on peut espérer résoudre avec cette caméra ?

2ème partie
Interférences par les trous d'Young

On place devant l'objectif de la lunette astronomique, un écran percé de deux trous (ou fentes fines parallèles à l'axe F'_1y) identiques T_1 et T_2, distants de a et symétriques par rapport à l'axe (Oz). On observe une étoile ponctuelle émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 = 0,55 µm. L'étoile est vue dans la direction faisant l'angle α (supposé petit en valeur absolue) avec l'axe z (figure 3). Dans l'étude qui suit, on ne tiendra pas compte de l'image de diffraction. L'indice de l'air sera pris égal à un.

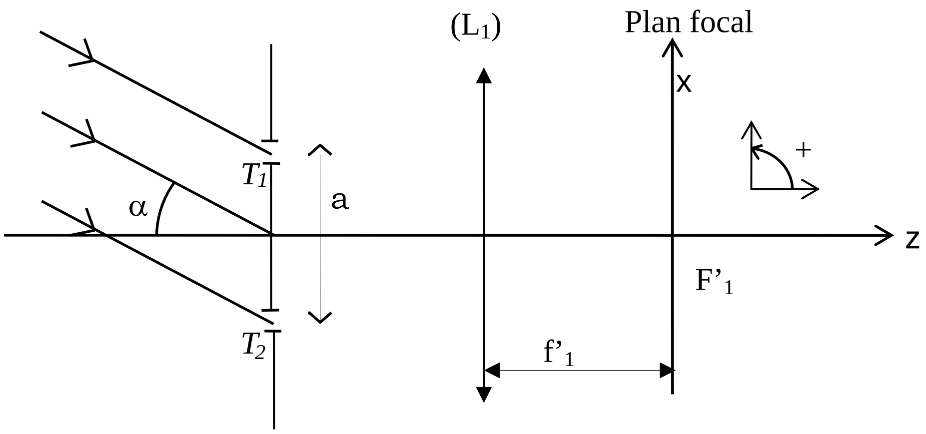

Figure 3

2.1. Quelle couleur correspond à la longueur d'onde λ_0 = 0,55 μm ? Quelle est la particularité pour l'œil humain de cette longueur d'onde ?

2.2. Rappeler les conditions d'obtention des interférences lumineuses. Comment réaliser en pratique ces conditions ?

2.3. Décrire qualitativement le phénomène observé dans le plan focal de l'objectif (L_1).

2.4. Reproduire et compléter le schéma de la figure 3 en traçant les rayons qui émergent des deux trous et qui se rencontrent en un point M du plan focal de l'objectif.

2.5. Calculer, au point M du plan focal de l'objectif, la différence de marche δ(M) entre les deux rayons émergents respectivement des trous T_1 et T_2. On exprimera δ(M) en fonction de x, a, f'_1 et α, x étant l'abscisse du point M.

2.6. En déduire, dans le plan focal image de l'objectif (L_1), l'intensité lumineuse I(M) en fonction de x, a, f'_1, λ_0 et α. On notera I_0 la valeur maximale de I(M).

2.7. Quelle est la nature des franges d'interférence. Calculer l'interfrange.

2.8. On observe maintenant les deux étoiles A et B de la question **1.2.6**. Les deux étoiles sont supposées ponctuelles et monochromatiques. Elles émettent chacune une vibration de même intensité à λ_0 = 0,55 μm. On pointe la lunette sur la composante A. L'étoile B est vue dans la direction faisant l'angle α avec l'axe de la lunette.

2.8.1. Montrer, *simplement*, que la répartition de l'éclairement dans le plan focal de l'objectif devient uniforme lorsque la distance a des deux trous prend une valeur particulière minimale a_1. Exprimer a_1 en fonction de λ_0 et de la distance angulaire α qui sépare les deux étoiles A et B.

2.8.2. Pourquoi peut-on sommer les intensités fournies par chacune des étoiles ? Calculer la nouvelle expression de l'intensité lumineuse dans le plan focal de l'objectif. Représenter l'allure de cette intensité lumineuse en fonction de x.

2.8.3. On définit la visibilité (ou contraste) V par $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$, où I_{max} et I_{min} sont respectivement les valeurs maximale et minimale de l'intensité I(M). Calculer V. Représenter l'allure de V en fonction de la distance a des deux trous.

2.8.4. Pour quelle valeur minimale de la distance a entre les trous y a-t-il brouillage de la figure d'interférences ? Retrouve-t-on le résultat de la question **2.8.1** ?

2.8.5. Application numérique : on donne α = 2 secondes d'arc. Calculer a_1.

Problème II – Principe d'un teslamètre

1ère partie
Effet Hall classique

La sonde à effet Hall est un capteur qui permet la mesure d'un champ magnétique.

La partie active de la sonde à effet Hall est une plaquette parallélépipédique, d'épaisseur h, de largeur b et de longueur a (figure 1).

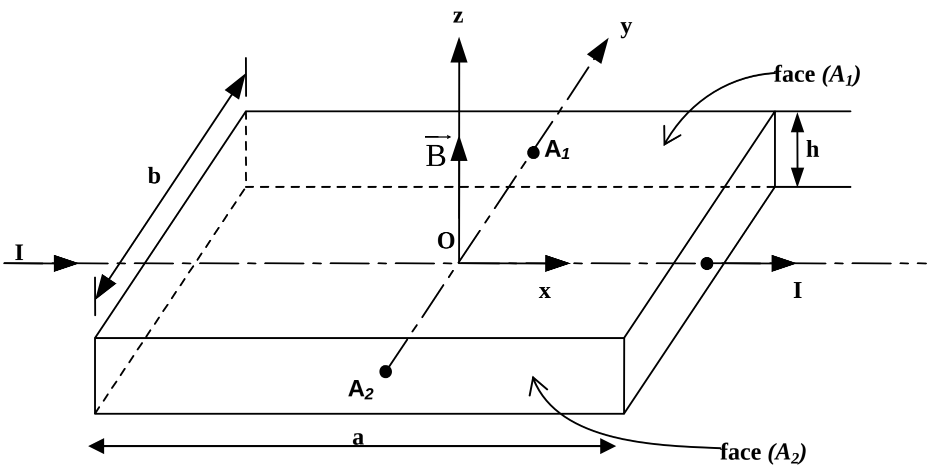

Figure 1

Elle est réalisée dans un semi-conducteur de type N. La conduction électrique y est assurée par des électrons mobiles, de charge q = - e et de densité volumique n. La plaquette est parcourue par un courant électrique d'intensité I, uniformément réparti sur la section de la plaquette et de densité de courant volumique $\vec{j} = j\,\vec{\mathbf{e}}_x$ (j > 0). Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\,\vec{\mathbf{e}}_z$ (B > 0) créé par des sources extérieures. On néglige le champ

magnétique créé par le courant I dans la plaque devant le champ $\vec{B}$ appliqué. On suppose en plus, qu'en présence du champ magnétique $\vec{B}$, le vecteur densité de courant est toujours égal à $\vec{j} = j\,\vec{\mathbf{e}}_x$.
Les porteurs de charge sont animés d'une vitesse $\vec{v}$ et ont une masse m.

1.1. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ des porteurs de charge dans la plaque en fonction de $\vec{j} = j\ \vec{e}_x$, n et q.

1.2. Montrer qu'en présence du champ magnétique $\vec{B}$ en régime permanent, il apparaît un champ électrique appelé champ électrique de Hall $\vec{E}_H = \frac{1}{ne}\vec{j} \wedge \vec{B}$. Quelle est la direction de $\vec{E}_H$.

1.3. On considère deux points A_1 et A_2 en vis-à-vis des faces (A_1) et (A_2) de la plaque. Déterminer, en régime permanent, la valeur de la différence de potentiel transversale $U_H = V(A_1) - V(A_2)$. Montrer que la tension de Hall U_H peut s'écrire $U_H = C_H\, IB/h$. Expliciter la constante C_H et donner son unité.

1.4. Application numérique : Pour l'antimoniure d'indium InSb : $C_H = 375.10^{-6} SI$, I = 1 A, h = 0,1 mm, B = 0,1 T. Calculer U_H ainsi que la densité volumique n, en électrons/m^3.

2ème partie
Principe d'un teslamètre

Afin d'obtenir une tension de sortie U_S proportionnelle au champ B que l'on désire mesurer, on insère le capteur (sonde à effet Hall) dans une chaîne électronique. Le schéma synoptique du teslamètre est donné dans la figure 7. Il se compose de quatre parties que l'on va analyser de manière indépendante. La tension de sortie du capteur en fonction du champ B est $u_c = \alpha.V_{CC} + \beta.B$, α et β sont des constantes positives.

2.1. L'amplificateur opérationnel

On schématise un amplificateur opérationnel (AO) par le schéma de la figure 2. Il est alimenté par une source de tension symétrique $\pm V_{CC}$, avec V_{CC} = 15 V. Le cas échéant, les tensions de saturations seront aussi $\pm V_{sat} = \pm 15$ V.

2.1.1. Rappeler les propriétés essentielles de l'AO. On donnera des ordres de grandeur.

2.1.2. Que deviennent ces propriétés pour un (AO) parfait ?

2.1.3. Rappeler la condition pour qu'un (AO) fonctionne linéairement. Quelles conséquences cela a-t-il pour le fonctionnement de l'AO ?

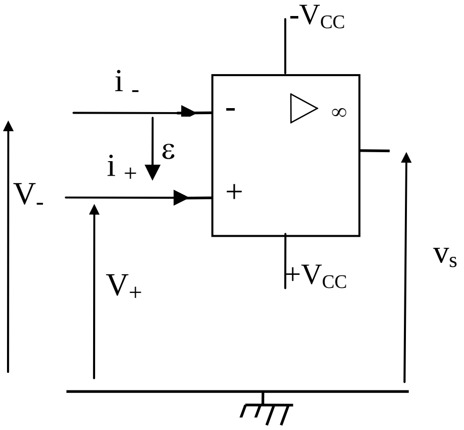

Figure 2

Dans la suite, on suppose que tous les amplificateurs opérationnels sont parfaits et fonctionnent en régime linéaire.

2.2. Etude du circuit (C_1) (figure 3)

Etablir l'expression de u_1 en fonction de R_1, R_2 et V_{CC}. Quelle est la nature du circuit (C_1) ?

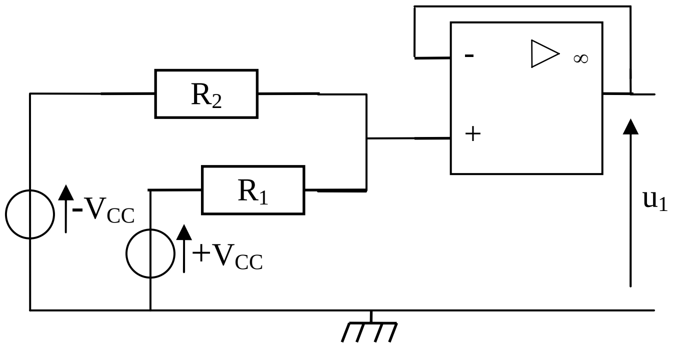

Figure 3

2.3. Etude du circuit (C_2) (figure 4)

2.3.1. Quel lien relie u_2 et u_C ?

2.3.2. Quel est l'intérêt du circuit (C_2) ? Quel est son non ? Quelles sont ses résistances d'entrée et de sortie ?

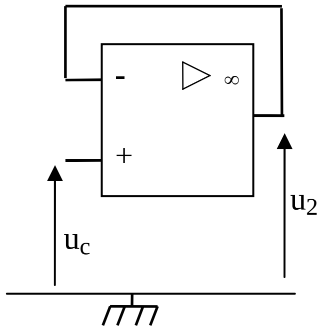

Figure 4

2.4. Etude du circuit (C_3) (figure 5)

2.4.1. Etablir l'expression de u_5 en fonction de R_4, R_5, u_3 et u_4.

2.4.2. Etablir l'expression de u_3 et celle de u_4 en fonction de R, R_3, u_1 et u_2.

2.4.3. En déduire l'expression de u_5 en fonction de R, R_3, R_4, R_5, u_1 et u_2.

2.4.4. Quel est l'intérêt du circuit (C_3) par rapport à un soustracteur simple utilisant un seul (AO) ?

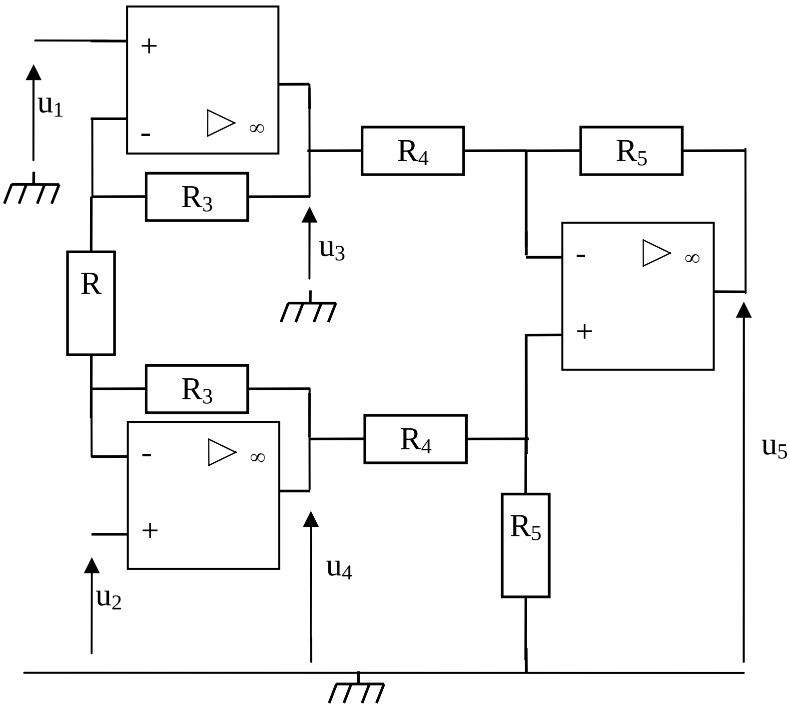

Figure 5

2.5. Etude du circuit (C_4) (figure 6)

2.5.1. Etablir l'expression de u_S en fonction de R_6, R_7, R_8, R_9, et u_5. Quelle est la nature du circuit (C_4) ?

2.5.2. A quelle condition sur u_5, l'amplificateur opérationnel du circuit (C_4) fonctionne-t-il en régime linéaire ?

2.5.3. Quel est l'intérêt du circuit (C_4) par rapport à un amplificateur simple jouant le même rôle et utilisant un seul (AO) ?

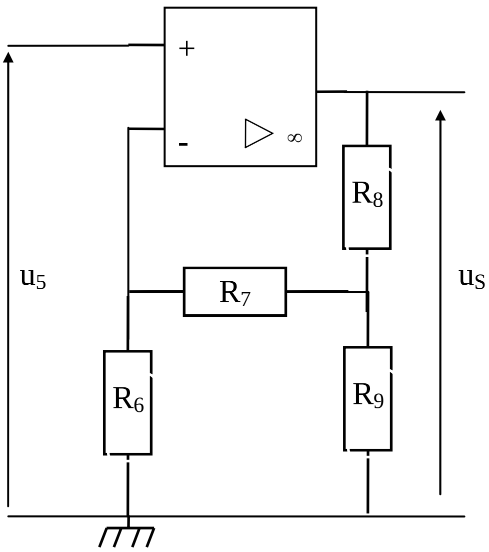

Figure 6

2.6. Etude du circuit de la chaîne de mesure (figure 7)

2.6.1. En utilisant les relations établies dans les questions précédentes, montrer que la tension de sortie de la chaîne électronique de la figure 7 est donnée par $u_s = A(u_c - u_1)$. Donner l'expression de A.

2.6.2. A quelle condition $u_s = KB$? Donner l'expression de la constante K en fonction des résistances utilisées dans les différents des circuits.

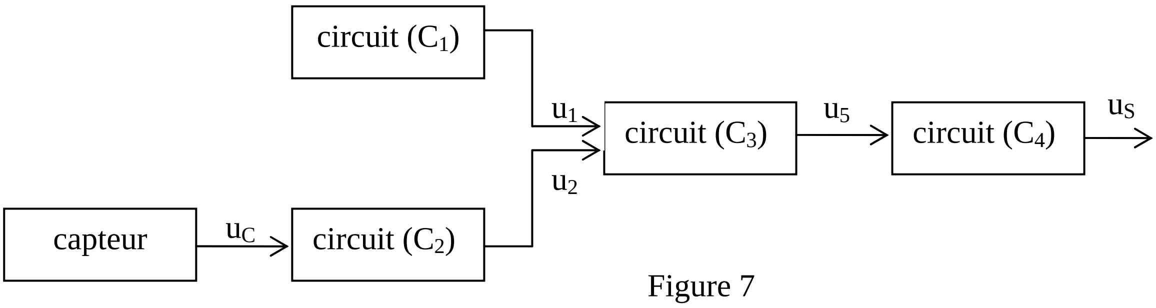

Figure 7